

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«**Российский государственный гуманитарный университет**»  
(ФГБОУ ВО «РГГУ»)

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ  
Факультет информационных систем и безопасности  
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

01.03.04 Прикладная математика

---

*Код и наименование направления подготовки/специальности*

Математика информационных сред

---

*Наименование направленности (профиля)/ специализации*

Уровень высшего образования: *бакалавриат*

Форма обучения: *Очная*

РПД адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями  
здоровья и инвалидов

Москва 2023

*ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ*

Рабочая программа дисциплины

Составители:

кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики  
*Викторова Н.Б.*

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры  
фундаментальной и прикладной математики  
№ 8 от 06.04.2023

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка .....	4
1.1. Цель и задачи дисциплины .....	4
1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций .....	4
1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы .....	5
2. Структура дисциплины .....	5
3. Содержание дисциплины .....	6
4. Образовательные технологии .....	6
5. Оценка планируемых результатов обучения .....	7
5.1 Система оценивания .....	7
5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине .....	7
5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине .....	8
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины .....	10
6.1 Список источников и литературы .....	10
6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет». ....	11
6.3 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы .....	12
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины .....	12
8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов .....	12
9. Методические материалы .....	13
9.1 Планы практических занятий .....	13
9.2 Методические рекомендации по подготовке письменных работ .....	20
Приложение 1. Аннотация рабочей программы дисциплины .....	21

## 1. Пояснительная записка

### 1.1. Цель и задачи дисциплины

#### 1.1. Цель и задачи дисциплины

*Цель дисциплины:* ознакомить студентов с основными положениями и результатами теории обыкновенных дифференциальных уравнений, научить применять стандартные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

*Задачи дисциплины:* научить студентов решать основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений, дать представление о краевых условиях и условиях Коши; научить студентов по описанию явления составлять дифференциальное уравнение (модель явления). Сформировать у студентов умение использовать для решения обыкновенных дифференциальных уравнений пакеты прикладных программ.

#### 1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ОПК-1. Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ОПК-1.1. Знает и определяет области реализации фундаментальных понятий и владеет опытом адаптации текущих задач к формальным теориям;	<p><i>Знать:</i> основные положения теории обыкновенных дифференциальных уравнений и теории устойчивости</p> <p><i>Уметь:</i> производить оценку качества полученных решений прикладных задач; определять возможности применения теоретических положений дифференциальных уравнений для постановки и решения конкретных прикладных задач; решать основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, линейных дифференциальных уравнений и систем с постоянными коэффициентами, исследовать на устойчивость решения уравнений и систем</p> <p><i>Владеть:</i> стандартными методами теории обыкновенных дифференциальных уравнений и теории устойчивости и их применением к решению прикладных задач; навыками математической формализации прикладных задач; анализа и интерпретации решений соответствующих моделей</p>

	ОПК-1.2. Осуществляет поиск математических методов и умеет использовать необходимый теоретический материал для решения поставленных проблем;	<p><i>Знать:</i> основные положения теории обыкновенных дифференциальных уравнений и теории устойчивости</p> <p><i>Уметь:</i> производить оценку качества полученных решений прикладных задач; определять возможности применения теоретических положений дифференциальных уравнений для постановки и решения конкретных прикладных задач; решать основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, линейных дифференциальных уравнений и систем с постоянными коэффициентами, исследовать на устойчивость решения уравнений и систем</p> <p><i>Владеть:</i> стандартными методами теории обыкновенных дифференциальных уравнений и теории устойчивости и их применением к решению прикладных задач; навыками математической формализации прикладных задач; анализа и интерпретации решений соответствующих моделей</p>
--	--	---

### 1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к обязательной части блока дисциплин учебного плана.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин (модулей): «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Дискретная математика», «Математическая логика», «Программные и аппаратные средства информатики».

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин и прохождения практик: «Математическая статистика и теория случайных процессов», «Исследование операций», «Численные методы», «Имитационное моделирование случайных процессов», «Теория систем и системный анализ», «Программные средства научных исследований», «Математическое моделирование квантовых систем и квантовые вычисления».

## 2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 академических часа.

### Структура дисциплины для очной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
4	Лекции	18
4	Практические занятия	20
Всего:		38

Объем дисциплины в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 106 академических часов.

### 3. Содержание дисциплины

#### Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения в полных дифференциалах. Теоремы существования и единственности решения уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной. Приближенные методы интегрирования уравнений первого порядка. Простейшие типы уравнений, не разрешенные относительно производной. Теорема существования и единственности решения. Особые решения. Программные средства аналитического и численного решения дифференциальных уравнений первого порядка. Визуализация решений дифференциальных уравнений первого порядка.

#### Тема 2. Дифференциальные уравнения порядка выше первого

Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Простейшие случаи понижения порядка. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами и уравнения Эйлера. Линейные неоднородные уравнения. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и уравнения Эйлера. Интегрирование дифференциальных уравнений при помощи рядов. Метод малого параметра и его применение. Понятие о краевых задачах. Программные средства аналитического и численного решения дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка. Визуализация решений дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка.

#### Тема 3. Системы дифференциальных уравнений

Общие понятия. Интегрирование системы дифференциальных уравнений путем сведения к одному уравнению более высокого порядка. Нахождение интегрируемых комбинаций. Системы линейных дифференциальных уравнений. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Приближенные методы интегрирования систем дифференциальных уравнений и уравнения  $n$ -го порядка. Программные средства аналитического и численного решения систем дифференциальных уравнений. Визуализация решений систем дифференциальных уравнений.

#### Тема 4. Теория устойчивости

Основные понятия. Простейшие типы точек покоя. Второй метод А.М. Ляпунова. Исследование на устойчивость по первому приближению. Признаки отрицательности действительных частей всех корней многочлена. Случай малого коэффициента при производной высшего порядка. Устойчивость при постоянно действующих возмущениях. Компьютерная визуализация и анализ инвариантных множеств динамических систем.

#### Тема 5. Уравнения в частных производных первого порядка

Основные понятия. Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка. Уравнения Пфаффа. Нелинейные уравнения первого порядка. Программные средства аналитического и численного решения уравнений в частных производных первого порядка. Визуализация решений уравнений в частных производных первого порядка.

### 4. Образовательные технологии

Для проведения занятий *лекционного типа* по дисциплине применяются такие образовательные технологии как вводная лекция с использованием видеоматериалов, лекция-беседа.

Для проведения *практических занятий* используются такие образовательные технологии как: решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков. В рамках *самостоятельной работы* студентов проводится консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты.

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

## 5. Оценка планируемых результатов обучения

### 5.1 Система оценивания

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль: - опрос - расчётно-графическая работа - контрольная работа	2 балла 10 баллов 10 баллов	10 баллов 40 баллов 10 баллов
Промежуточная аттестация - экзамен - ответы на вопросы билета - итоговая контрольная работа		20 баллов 20 баллов
<b>Итого за семестр</b>		100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55		E	
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

### 5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине

<b>Баллы/ Шкала ECTS</b>	<b>Оценка по дисциплине</b>	<b>Критерии оценки результатов обучения по дисциплине</b>
100-83/ A,B	отлично	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ C	хорошо	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D,E	удовлетворительно	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».</p>
49-0/ F,FX	неудовлетворительно	<p>Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.</p>

### **5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

#### **Текущий контроль**

*Примерные вопросы для опроса* см. п.9.1 Планы практических занятий, контрольные вопросы

#### **Примерные задания для расчётно-графической работы №1 по теме «Дифференциальные уравнения первого порядка»:**



**ВАРИАНТ 1**

Десять задач из книги

Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А. Ф. Филиппов. - М.; Ижевск: РХД, 2005. - 174 с. (основная литература):

301, 311, 321, 331, 341, 351, 361, 371, 381, 391.

***Примерные задания для расчётно-графической работы №2  
по теме «Дифференциальные уравнения порядка выше первого»:***

**ВАРИАНТ 1**

Десять задач из книги

Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А. Ф. Филиппов. - М.; Ижевск: РХД, 2005. - 174 с. (основная литература):

481, 501, 561, 601, 631, 651, 691, 741, 751, 771.

***Примерные задания для расчётно-графической работы №3  
по теме «Системы дифференциальных уравнений»:***

**ВАРИАНТ 1**

Десять задач из книги

Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А. Ф. Филиппов. - М.; Ижевск: РХД, 2005. - 174 с. (основная литература):

791, 801, 811, 821, 831, 841, 851, 861, 871, 876.

***Примерные задания для расчётно-графической работы №4  
по теме «Теория устойчивости»:***

**ВАРИАНТ 1**

Десять задач из книги

Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А. Ф. Филиппов. - М.; Ижевск: РХД, 2005. - 174 с. (основная литература):

901, 911, 921, 926, 941, 951, 961, 971, 981, 991.

***Примерные задания для контрольной работы:***

**ВАРИАНТ 1**

Пять задач из книги

Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А. Ф. Филиппов. - М.; Ижевск: РХД, 2005. - 174 с. (основная литература):

310, 340, 540, 840, 970.

**Промежуточная аттестация (экзамен)**

***Контрольные вопросы по дисциплине:***

1. Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной.
2. Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.
3. Линейные уравнения первого порядка.
4. Уравнения в полных дифференциалах.

5. Теоремы существования и единственности решения уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной.
6. Приближенные методы интегрирования уравнений первого порядка.
7. Простейшие типы уравнений, не разрешенные относительно производной. Теорема существования и единственности решения. Особые решения.
8. Программные средства аналитического и численного решения дифференциальных уравнений первого порядка. Визуализация решений.
9. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Простейшие случаи понижения порядка.
10. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами и уравнения Эйлера.
11. Линейные неоднородные уравнения. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и уравнения Эйлера.
12. Интегрирование дифференциальных уравнений при помощи рядов.
13. Метод малого параметра и его применение.
14. Понятие о краевых задачах.
15. Программные средства аналитического и численного решения дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка. Визуализация решений.
16. Интергрирование системы дифференциальных уравнений путем сведения к одному уравнению более высокого порядка. Нахождение интегрируемых комбинаций.
17. Системы линейных дифференциальных уравнений. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
18. Приближенные методы интегрирования систем дифференциальных уравнений и уравнения  $n$ -го порядка.
19. Программные средства аналитического и численного решения систем дифференциальных уравнений. Визуализация решений.
20. Простейшие типы точек покоя.
21. Второй метод А.М. Ляпунова. Исследование на устойчивость по первому приближению.
22. Случай малого коэффициента при производной высшего порядка.
23. Устойчивость при постоянно действующих возмущениях.
24. Компьютерная визуализация и анализ инвариантных множеств динамических систем.
25. Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка. Уравнения Пфаффа.
26. Нелинейные уравнения первого порядка.
27. Программные средства аналитического и численного решения уравнений в частных производных первого порядка. Визуализация решений.

**Примерные задания для экзаменационной контрольной работы:**

**ВАРИАНТ 1**

Пять задач из книги

Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А. Ф. Филиппов. - М.; Ижевск: РХД, 2005. - 174 с. (основная литература):

312, 342, 542, 842, 972.

**6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

**6.1 Список источников и литературы**

**Литература**

*Основная*

1. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А. Ф. Филиппов. - М.; Ижевск: РХД, 2005. - 174 с.
2. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения: учебник для физ. и физ.-мат. фак. ун-тов / Л. Э. Эльсгольц. - Изд. 6-е. - М.: УРСС: КомКнига, 2006. - 309 с.
3. Зайцев, В. Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1 : справочник для вузов / В. Ф. Зайцев, А. Д. Полянин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 385 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02685-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/491159>.
4. Муратова, Т. В. Дифференциальные уравнения : учебник и практикум для вузов / Т. В. Муратова. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 435 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01456-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510931>.
5. Боровских, А. В. Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для вузов / А. В. Боровских, А. И. Перов. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 327 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01777-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/512338>.

### *Дополнительная*

1. Аладьев В. З. Системы компьютерной алгебры: MAPLE: искусство программирования / В. З. Аладьев. - М.: Лаб. базовых знаний, 2006. - 791 с.
2. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие / И.Г. Петровский. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 206 с. ISBN 978-5-9221-1144-7 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/544800>
3. Пантелеев, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс [Электронный ресурс] : учеб. пособие с мультимедиа сопровождением / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова, К. А. Рыбаков. - М.: Логос, 2010. - 384 с.: ил. - (Новая университетская библиотека). - ISBN 978-5-98704-465-0. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/469288>
4. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления : учеб. пособие для вузов / Н. С. Пискунов. - Изд. 13-е. - М.: Наука, 1985. - Ч. 2. - 1985. - 560 с.
5. Сборник задач по высшей математике: с контрольными работами: 2 курс: Ряды и интегралы. Векторный и комплексный анализ. Дифференциальные уравнения. Теория вероятностей. Операционное исчисление / К. Н. Лунгу [и др.] ; под ред. С. Н. Федина. - 6-е изд.. - М.: Айрис-пресс, 2007. - 589 с.

## **6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».**

1. Абрамов А. Дифференциальные уравнения. Учеб. курс НОУ ИНТУИТ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.intuit.ru/studies/courses/911/325/info>
2. Бояршинов Б. Дифференциальные уравнения и краевые задачи. Учеб. курс НОУ ИНТУИТ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.intuit.ru/studies/courses/4819/1071/info>
3. Учебно-образовательная физико-математическая библиотека на портале МИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>

Национальная электронная библиотека (НЭБ) [www.rusneb.ru](http://www.rusneb.ru)  
 ELibrary.ru Научная электронная библиотека [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)

### **6.3 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы**

Доступ к профессиональным базам данных: <https://liber.rsuh.ru/ru/bases>

Информационные справочные системы:

1. Консультант Плюс
2. Гарант

### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для обеспечения дисциплины используется материально-техническая база образовательного учреждения: учебные аудитории, оснащённые доской, компьютером или ноутбуком, проектором (стационарным или переносным) для демонстрации учебных материалов.

Состав программного обеспечения:

1. Windows
2. Microsoft Office
3. Kaspersky Endpoint Security

### **8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или могут быть заменены устным ответом; обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств; письменные задания оформляются увеличенным шрифтом; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

- для глухих и слабослышащих: лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования; письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме; экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут

использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих: в печатной форме увеличенным шрифтом, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих: в печатной форме, в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих: устройством для сканирования и чтения с камерой SARA SE; дисплеем Брайля PAC Mate 20; принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих: автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих; акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1; компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

## 9. Методические материалы

### 9.1 Планы практических занятий

#### **Тема 1. Составление дифференциального уравнения семейства кривых и визуализация решений дифференциального уравнения.**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

#### **Примерные задачи для решения в аудитории:**

Из сборника задач Филиппова А.Ф. (основная литература):

Задачи для решения в аудитории:	5, 15, 25, 35, 42
Домашнее задание:	7, 16(a), 27, 36, 43
Дополнительно:	9, 19, 29, 39, 49

#### **Контрольные вопросы:**

1. Понятие дифференциального уравнения.
2. Решение дифференциального уравнения.
3. Интегральные кривые дифференциального уравнения.
4. Изоклины.
5. Семейство кривых.
6. Визуализация решений.

#### **Тема 2. Уравнения с разделяющимися переменными.**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

#### **Примерные задачи для решения в аудитории:**

Из сборника задач Филиппова А.Ф. (основная литература):

Задачи для решения в аудитории:	53, 55, 63, 66, 69
Домашнее задание:	56, 58, 62, 67, 70
Дополнительно:	52, 54, 57, 59, 65

**Контрольные вопросы:**

1. Понятие дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.
2. Решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.
3. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.
4. Программные средства.

**Тема 3. Геометрические и физические задачи.**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

**Примерные задачи для решения в аудитории:**

Из сборника задач Филиппова А.Ф. (основная литература):

Задачи для решения в аудитории:	75, 77, 82, 85, 88
Домашнее задание:	73, 78, 80, 84, 89
Дополнительно:	74, 79, 83, 86, 90

**Контрольные вопросы:**

1. Принципы построения дифференциальных моделей.
2. Примеры геометрических приложений дифференциальных уравнений.
3. Примеры физических приложений дифференциальных уравнений.
4. Программные средства.

**Тема 4. Однородные уравнения.**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

**Примерные задачи для решения в аудитории:**

Из сборника задач Филиппова А.Ф. (основная литература):

Задачи для решения в аудитории:	105, 112, 117, 127, 135(а)
Домашнее задание:	107, 114, 122, 128, 135(б)
Дополнительно:	109, 116, 124, 129, 135(в)

**Контрольные вопросы:**

1. Понятие однородного дифференциального уравнения.
2. Методы решения однородного дифференциального уравнения.
3. Уравнения, приводящиеся к однородным дифференциальным уравнениям.
4. Программные средства.

**Тема 5. Линейные уравнения первого порядка.**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

**Примерные задачи для решения в аудитории:**

Из сборника задач Филиппова А.Ф. (основная литература):

Задачи для решения в аудитории:	137, 145, 155, 165, 167, 175
Домашнее задание:	139, 147, 157, 166, 168, 177
Дополнительно:	142, 149, 159, 162, 169, 178

**Контрольные вопросы:**

1. Понятие линейного дифференциального уравнения первого порядка.
2. Методы решения линейного дифференциального уравнения первого порядка.
3. Уравнения Бернулли и Риккати.
4. Приложения линейных дифференциальных уравнений первого порядка.
5. Программные средства.

**Тема 6. Уравнения в полных дифференциалах.**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

**Примерные задачи для решения в аудитории:**

Из сборника задач Филиппова А.Ф. (основная литература):

Задачи для решения в аудитории:	187, 192, 195, 205, 215
Домашнее задание:	189, 193, 197, 207, 217
Дополнительно:	186, 194, 199, 209, 219

**Контрольные вопросы:**

1. Понятие дифференциального уравнения в полных дифференциалах.
2. Методы решения дифференциального уравнения в полных дифференциалах.
3. Интегрирующий множитель.
4. Программные средства.

**Тема 7. Существование и единственность решения.**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

**Примерные задачи для решения в аудитории:**

Из сборника задач Филиппова А.Ф. (основная литература):

Задачи для решения в аудитории:	221(б), 223(б), 225(б), 228(д), 236(б)
Домашнее задание:	221(в), 223(в), 225(в), 228(е), 236(в)
Дополнительно:	221(г), 223(г), 225(г), 236(г, д)

**Контрольные вопросы:**

1. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной.
2. Теорема существования и единственности решения системы дифференциальных уравнений первого порядка.
3. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения n-го порядка.
4. Продолжение решений.
5. Теорема о гладкости решений.

**Тема 8. Уравнения, не разрешенные относительно производной.**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

**Примерные задачи для решения в аудитории:**

Из сборника задач Филиппова А.Ф. (основная литература):

Задачи для решения в аудитории:	245, 255, 275, 283, 293
Домашнее задание:	247, 257, 277, 284, 294
Дополнительно:	249, 259, 279, 285, 295

**Контрольные вопросы:**

1. Методы решения дифференциального уравнения, не разрешенного относительно производной. Метод введения параметра.
2. Особые решения дифференциального уравнения, не разрешенного относительно производной.
3. Огибающая семейства кривых.
4. Уравнения Лагранжа и Клеро.

**Тема 9. Разные уравнения первого порядка.**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

**Примерные задачи для решения в аудитории:**

Из сборника задач Филиппова А.Ф. (основная литература):

Задачи для решения в аудитории:	315, 335, 355, 375, 395
Домашнее задание:	317, 337, 357, 377, 397
Дополнительно:	319, 339, 359, 379, 399

**Контрольные вопросы:**

Контрольные вопросы к практическим занятиям 1-8.

**Тема 10. Уравнения, допускающие понижение порядка.**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

**Примерные задачи для решения в аудитории:**

Из сборника задач Филиппова А.Ф. (основная литература):

Задачи для решения в аудитории:	425, 445, 455, 465, 485
Домашнее задание:	427, 447, 457, 467, 487
Дополнительно:	429, 449, 459, 469, 489

**Контрольные вопросы:**

1. Типы дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка.
2. Методы решения дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка.
3. Программные средства.

**Тема 11. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

**Примерные задачи для решения в аудитории:**

Из сборника задач Филиппова А.Ф. (основная литература):

Задачи для решения в аудитории:	525, 535, 545, 565, 575, 585, 595, 615, 633
Домашнее задание:	527, 537, 547, 567, 577, 587, 597, 617, 634



Дополнительно: 529, 539, 548, 569, 579, 588, 598, 618, 635

**Контрольные вопросы:**

1. Понятие линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.
2. Решение линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами.
3. Решение линейных неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами.
4. Метод вариации постоянных.
5. Уравнение Эйлера.
6. Приложение линейных уравнений с постоянными коэффициентами.
7. Программные средства.

**Тема 12. Линейные уравнения с переменными коэффициентами.**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

**Примерные задачи для решения в аудитории:**

Из сборника задач Филиппова А.Ф. (основная литература):

Задачи для решения в аудитории:	655, 675, 685, 695, 707, 742
Домашнее задание:	657, 677, 687, 697, 708, 744
Дополнительно:	659, 679, 689, 698, 709, 745

**Контрольные вопросы:**

1. Понятие линейного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами.
2. Решение линейных уравнений с переменными коэффициентами.
3. Формула Остроградского-Лиувилля.
4. Линейно независимые решения.
5. Преобразование Лиувилля.
6. Программные средства.

**Тема 13. Краевые задачи.**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

**Примерные задачи для решения в аудитории:**

Из сборника задач Филиппова А.Ф. (основная литература):

Задачи для решения в аудитории:	752, 755, 765, 776, 783
Домашнее задание:	753, 757, 767, 777, 784
Дополнительно:	754, 759, 769, 778, 785

**Контрольные вопросы:**

1. Понятие о краевых задачах для дифференциального уравнения.
2. Функция Грина краевой задачи.
3. Выражение решения краевой задачи через функцию Грина.
4. Собственные значения и собственные функции задачи.
5. Программные средства.

**Тема 14. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

**Примерные задачи для решения в аудитории:**

Из сборника задач Филиппова А.Ф. (основная литература):

Задачи для решения в аудитории:	787, 797, 807, 817, 827, 837, 847, 857, 867, 877
Домашнее задание:	788, 798, 808, 818, 828, 838, 848, 858, 868, 878
Дополнительно:	789, 799, 809, 819, 829, 839, 849, 859, 869, 879

**Контрольные вопросы:**

1. Понятие линейной системы с постоянными коэффициентами.
2. Решение линейной системы с постоянными коэффициентами.
3. Метод вариации постоянных.
4. Приложения линейных систем с постоянными коэффициентами.
5. Программные средства.

**Тема 15. Устойчивость.**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

**Примерные задачи для решения в аудитории:**

Из сборника задач Филиппова А.Ф. (основная литература):

Задачи для решения в аудитории:	885, 895, 899, 909, 915, 925, 935, 955
Домашнее задание:	886, 896, 902, 907, 917, 927, 937, 957
Дополнительно:	887, 897, 904, 908, 918, 929, 939, 958

**Контрольные вопросы:**

1. Устойчивое по Ляпунову решение системы дифференциальных уравнений.
2. Асимптотически устойчивое решение системы.
3. Исследование устойчивости по первому приближению.
4. Исследование устойчивости с помощью функции Ляпунова.
5. Теорема Четаева.
6. Условия отрицательности всех вещественных частей корней уравнения.
7. Программные средства.

**Тема 16. Особые точки.**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

**Примерные задачи для решения в аудитории:**

Из сборника задач Филиппова А.Ф. (основная литература):

Задачи для решения в аудитории:	965, 972, 975, 982, 985
Домашнее задание:	967, 973, 977, 983, 987
Дополнительно:	968, 974, 978, 984, 989

**Контрольные вопросы:**

1. Понятие особой точки.
2. Типы особых точек.
3. Методы исследования особых точек.
4. Программные средства.

**Тема 17. Фазовая плоскость.**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

**Примерные задачи для решения в аудитории:**

Из сборника задач Филиппова А.Ф. (основная литература):

Задачи для решения в аудитории:	1005, 1015, 1025, 1035, 1042, 1049
Домашнее задание:	1007, 1017, 1027, 1037, 1043, 1050
Дополнительно:	1009, 1019, 1029, 1038, 1045, 1052

**Контрольные вопросы:**

1. Понятие фазового пространства.
2. Понятие фазовой плоскости.
3. Построение траекторий системы на фазовой плоскости.
4. Предельный цикл.
5. Программные средства.

**Тема 18. Зависимость решения от начальных условий и параметров. Приближенное решение дифференциальных уравнений.**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

**Примерные задачи для решения в аудитории:**

Из сборника задач Филиппова А.Ф. (основная литература):

Задачи для решения в аудитории:	1056, 1065, 1069, 1075, 1079, 1087, 1093, 1095, 1104, 1113, 1127, 1132
Домашнее задание:	1057, 1067, 1070, 1077, 1082, 1088, 1094, 1096, 1106, 1115, 1128, 1133
Дополнительно:	1058, 1068, 1072, 1078, 1083, 1089, 1097, 1108, 1116, 1129, 1134

**Контрольные вопросы:**

1. Исследование зависимости решения системы от начальных условий и параметров. Приближенные методы решения систем.
2. Условие Липшица.
3. Оценки ошибки приближенного решения системы.
4. Метод ломаных Эйлера.
5. Метод Адамса.
6. Метод Штермера.
7. Программные средства.

**Тема 19. Нелинейные системы.**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

**Примерные задачи для решения в аудитории:**

Из сборника задач Филиппова А.Ф. (основная литература):

Задачи для решения в аудитории:	1142, 1146, 1153, 1157, 1162
Домашнее задание:	1143, 1147, 1154, 1158, 1163
Дополнительно:	1144, 1148, 1155, 1159, 1164

**Контрольные вопросы:**

1. Методы преобразования нелинейных систем.
2. Отыскание интегрируемых комбинаций.
3. Визуализация решений.

### **Тема 20. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка.**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

#### **Примерные задачи для решения в аудитории:**

Из сборника задач Филиппова А.Ф. (основная литература):

Задачи для решения в аудитории:	1175, 1183, 1189, 1205, 1217, 1220
Домашнее задание:	1177, 1184, 1192, 1207, 1218, 1222
Дополнительно:	1179, 1185, 1193, 1209, 1219, 1223

#### **Контрольные вопросы:**

1. Понятие дифференциального уравнения в частных производных первого порядка.
2. Решение дифференциального уравнения в частных производных первого порядка.
3. Уравнение Пфаффа.
4. Программные средства.

### **9.2 Методические рекомендации по подготовке письменных работ**

#### ***Требования к подготовке и содержанию письменных работ (реферата, доклада):***

1. Соответствие содержания теме и плану работы.
2. Полнота и глубина раскрытия основных понятий проблемы.
3. Достаточность фактов, позволяющих проиллюстрировать актуальность избранной проблемы, способы ее решения.
4. Работа с литературой, систематизация и структурирование материала.
5. Обобщение и сопоставление различных точек зрения по рассматриваемому вопросу.
6. Наличие и четкость выводов, резюме.

## АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.

Цель дисциплины: ознакомить студентов с основными положениями и результатами теории обыкновенных дифференциальных уравнений, научить применять стандартные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Задачи: научить студентов решать основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений, дать представление о краевых условиях и условиях Коши; научить студентов по описанию явления составлять дифференциальное уравнение (модель явления). Сформировать у студентов умение использовать для решения обыкновенных дифференциальных уравнений пакеты прикладных программ.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

- ОПК-1 - способен применять знание фундаментальной математики и естественнонаучных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

*Знать:* основные положения теории обыкновенных дифференциальных уравнений и теории устойчивости

*Уметь:* производить оценку качества полученных решений прикладных задач; определять возможности применения теоретических положений дифференциальных уравнений для постановки и решения конкретных прикладных задач; решать основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, линейных дифференциальных уравнений и систем с постоянными коэффициентами, исследовать на устойчивость решения уравнений и систем

*Владеть:* стандартными методами теории обыкновенных дифференциальных уравнений и теории устойчивости и их применением к решению прикладных задач; навыками математической формализации прикладных задач; анализа и интерпретации решений соответствующих моделей.

По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 зачетные единицы.

**ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ<sup>1</sup>**

№	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола

---

<sup>1</sup> Для ОП ВО магистратуры изменения только за 2020 г.